Scanned on 08/05/23

B.Com. 1st Semester (Honours) Examination, 2022 (CBCS)

Subject : Business Mathematics

Course : GE-1 (1·4 CH)

Time: 3 Hours **Full Marks: 60**

The figures in the margin indicate full marks.
Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.
Notations and symbols have their usual meaning.

দক্ষিণ প্রান্তস্থ সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।
পরীক্ষার্থীদের যথাসম্ভব নিজের ভাষায় উত্তর দিতে হবে।
প্রতীক এবং সাংকেতিক চিহ্নগুলি যথাযথ অর্থ বহন করে।

1. Answer *any ten* questions: 2×10=20
যে কোনো দশটি প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

(a) Prove that (প্রমাণ করো) ঃ $\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^{m+n} \times \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^{n+l} \times \left(\frac{a^l}{a^m}\right)^{l+m} = 1$

(b) Show that (দেখাও যে) ঃ $\log\sqrt{27} + \log 8 + \log\sqrt{1000} = \frac{3}{2}\log 120$

(c) If $A = \{2,3,4,6,9\}$ and $B = \{4,7,9\}$ be two subsets of the universal set $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ then show that $A - B = A \cap B'$, where B' is the complement of B.

যদি $A = \{2,3,4,6,9\}$ এবং $B = \{4,7,9\}$, সার্বিক সেট $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$-এর দুটি উপসেট হয়, তবে দেখাও যে $A - B = A \cap B'$, যেখানে B' হল B-এর পরিপূরক।

(d) If $AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ then find A.

যদি $AB = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ হয়, তবে A নির্ণয় করো।

(e) Determine the matrices A and B when $A + 2B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ and $2A - B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ 1+1

A এবং B ম্যাট্রিক্স দুটি নির্ণয় করো, যখন $A + 2B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ এবং $2A - B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(f) Without expanding prove that (বিস্তৃত না করে প্রমাণ করো) ঃ $\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{vmatrix} = 0$

(g) Show that (দেখাও যে) ঃ $\begin{vmatrix} x & a & b \\ a & x & b \\ a & b & x \end{vmatrix} = (x-a)(x-b)(x+a+b)$

(h) If $f(x) = \log_e(x+1)$, show that $f(x-1) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$

যদি $f(x) = \log_e(x+1)$ হয়, তবে দেখাও যে $f(x-1) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$

(i) Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = x^x$

যদি $y = x^x$ হয়, তবে $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় করো।

(j) Evaluate (মান নির্ণয় করো) ঃ $\lim_{x\to 4}\left[\frac{1}{x-4} - \frac{8}{x^2-16}\right]$

(k) If $u = \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ then show that $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u}{2}$

যদি $u = \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ হয়, তবে দেখাও যে $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u}{2}$

(l) Integrate (সমাকলন করো) ঃ $\int \frac{2^{3x}+2^{5x}}{2^x+2^{-x}}\,dx$

(m) Integrate (সমাকলন করো) ঃ $\int_1^e \frac{\log x}{x}\,dx$

(n) Give the definition of feasible region and feasible solution of a linear programming problem (L.P.P). 1+1

একটি রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যা (L.P.P)-র কার্যকর অঞ্চল ও কার্যকর সমাধানের সংজ্ঞা দাও।

(o) Draw the graph of the constraints of the following L.P.P. and indicate the feasible region: 1+1

নীচের L.P.P.-টির শর্তগুলির লেখচিত্র অঙ্কন করো এবং কার্যকর অঞ্চলটি নির্ণয় করো ঃ

Maximize $z = 5x + 7y$

Subject to $3x + 2y \le 12$

$2x + 3y \le 13$

and $x, y \ge 0$

2. Answer *any four* questions: 5×4=20

যে কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

(a) In a city, three daily newspapers A, B and C are published. 38% of the people in that city read A, 55% read B, 64% read C; 27% read A and B, 32% read B and C, 33% read A and C; 12% do not read any of the three newspapers. Find the percentage of persons who read all the three papers.

কোনো শহরে তিনটি দৈনিক সংবাদপত্র A, B এবং C প্রকাশিত হয়। ওই শহরের 38% লোক A পত্রিকা, 55% লোক B পত্রিকা, 64% লোক C পত্রিকা পড়ে; 27% লোক A ও B পত্রিকা, 32% লোক B ও C পত্রিকা, 33% লোক A ও C পত্রিকা পড়ে এবং 12% লোক কোনো সংবাদপত্র পড়ে না। শতকরা কতজন লোক তিনটি পত্রিকাই পড়ে তা নির্ণয় করো।

(b) By using Cramer's rule, solve the following equations:
Cramer-এর নিয়ম প্রয়োগ করে, নীচের সমীকরণগুলির সমাধান করো ঃ

$$\frac{3}{x}+\frac{2}{y}+\frac{4}{z}=19$$
$$\frac{6}{x}+\frac{7}{y}-\frac{1}{z}=17$$
and $$\frac{2}{x}-\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=3$$

(c) (i) Evaluate (মান নির্ণয় করো) ঃ $\lim_{n\to\infty}\frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{2n^3}$

(ii) For what value of $f(5)$, $f(x)=\frac{x^2-25}{x-5}$ will be continuous at $x=5$. 2+3

$f(5)$-এর কোন মানের জন্য $f(x)=\frac{x^2-25}{x-5}$ অপেক্ষকটি $x=5$ বিন্দুতে সন্তত হবে।

(d) If $y=\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^m$, then prove that $(1+x^2)y_2+xy_1=m^2y$. Hence find the value of y_2 at $x=0$. 4+1

যদি $y=\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^m$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে $(1+x^2)y_2+xy_1=m^2y$। অতঃপর $x=0$ বিন্দুতে y_2-এর মান নির্ণয় করো।

(e) (i) Integrate (সমাকলন করো) ঃ $\int e^x\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx$

(ii) Integrate (সমাকলন করো) ঃ $\int_0^1\frac{x\,e^{2x}}{(2x+1)^2}\,dx$ 2+3

(f) By graphical method, solve the following L.P.P.
লেখচিত্র দ্বারা নিম্নলিখিত L.P.P-টির সমাধান করো।

Maximize $z=3x+9y$
Subject to $4y-3x\le 12$
$2x+y\ge 6$
$x\le 5$
and $x,y\ge 0$

3. Answer *any two* questions: 10×2=20
যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও ঃ

(a) (i) If $\log_2 x+\log_4 x+\log_{16} x=\frac{21}{4}$, then find x.
যদি $\log_2 x+\log_4 x+\log_{16} x=\frac{21}{4}$ হয়, তবে x-এর মান নির্ণয় করো।

(ii) If $2^x=3^y=12^z$ then show that $xy=z(x+2y)$.
যদি $2^x=3^y=12^z$ হয়, তবে দেখাও যে $xy=z(x+2y)$।

(iii) Show that (দেখাও যে) ঃ $\begin{vmatrix}2bc-a^2 & c^2 & b^2\\ c^2 & 2ca-b^2 & a^2\\ b^2 & a^2 & 2ab-c^2\end{vmatrix}=(a^3+b^3+c^3-3abc)^2$

3+3+4

(b) (i) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ then show that $A^2 - 4A - 5I = 0$, where I is a unit matrix of the order 3×3 and 0 is the zero matrix of order 3×3. Hence find A^{-1}.

যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ হয়, তবে দেখাও যে $A^2 - 4A - 5I = 0$ (I হল 3×3 ক্রমের একক ম্যাট্রিক্স এবং 0 হল 3×3 ক্রমের শূন্য ম্যাট্রিক্স)। অতঃপর A^{-1} নির্ণয় করো।

(ii) Solve, by Matrix Inversion Method, the following equations: (3+2)+5

ম্যাট্রিক্স Inversion পদ্ধতি দ্বারা নীচের সমীকরণগুলির সমাধান করো ঃ

$$2x + y + z = 1$$
$$x - y + 2z = -1$$
and $$3x + 2y - z = 4$$

(c) (i) By using first principle of derivative, find the derivative of $e^{\sqrt{x}}$.

অন্তরকলজের প্রথম সূত্র প্রয়োগ করে $e^{\sqrt{x}}$-এর অন্তরকলজ নির্ণয় করো।

(ii) The sum of two numbers is 12. Find the maximum value of their product. 5+5

দুইটি সংখ্যার সমষ্টি 12। তাদের গুণফলের চরম মান নির্ণয় করো।

(d) (i) Find the area bounded by the parabola $y^2 = 4x$ and the straight line $2x - 3y + 4 = 0$.

$y^2 = 4x$ অধিবৃত্ত এবং $2x - 3y + 4 = 0$ সরলরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(ii) A company uses 3 machines to manufacture two types of products A and B. Machines M_1, M_2 and M_3 take 2 hours, $1\frac{1}{2}$ hours and $2\frac{1}{2}$ hours to make one unit of product A respectively and 1 hour, $1\frac{3}{5}$ hours and $1\frac{1}{5}$ hours to make one unit of product B respectively. The profit on each unit of product A is Rs. 5 and on each unit of B is Rs. 3. No machine can work for more than 45 hours per week. Formulate the problem as L.P.P to maximize profit in a week. 5+5

একটি কোম্পানি দুই ধরনের পণ্য A ও B তৈরি করে তিনটি মেশিনের সাহায্যে। মেশিন M_1, M_2 এবং M_3 এক একক A পণ্য তৈরি করতে সময় নেয় যথাক্রমে 2 ঘণ্টা, $1\frac{1}{2}$ ঘণ্টা এবং $2\frac{1}{2}$ ঘণ্টা; B পণ্য তৈরি করতে সময় নেয় যথাক্রমে 1 ঘণ্টা, $1\frac{3}{5}$ ঘণ্টা এবং $1\frac{1}{5}$ ঘণ্টা। এক একক A পণ্যে লাভ হয় 5 টাকা এবং এক একক B পণ্যে লাভ হয় 3 টাকা। কোনো মেশিন সপ্তাহে 45 ঘণ্টার বেশি কাজ করতে পারে না। এই সমস্যাটিকে সরলরৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যা (L.P.P) রূপে উপস্থাপিত করো যাতে সাপ্তাহিক মোট লাভ সর্বাধিক হয়।